

ক্যাটাগরি: জুনিয়র

সময়: ৩ ঘণ্টা

প্রতি সমস্যার মান ১০। সমস্যাগুলো কার্টন্য অনুসারে সাজানোর চেষ্টা করা হয়েছে। প্রশ্নের নম্বর ব্যতীত প্রতিটি সংখ্যা ইংরেজিতে লেখা। সমস্যার সমাধান মূল উত্তরপত্রে লিখতে হবে। রাফ করার জন্য মূল উত্তরপত্রের পেছন অংশ ব্যবহার করা যাবে। বাড়তি কাগজ নিলে সেখানে নাম ও রেজিস্ট্রেশন নম্বর লেখা বাঞ্ছনীয়।

১. সুব্রত কোরিয়া থেকে রুপন্তিকে প্রতিদিন (24 ঘণ্টা পরপর) একটি চিঠি লেখে। তবে রুপন্তি চিঠিগুলো 25 ঘণ্টা পরপর পায়। রুপন্তি 25 তম দিনে যে চিঠিটি পায় সেটি সুব্রতের পাঠানো কত নম্বর চিঠি?

Subrata writes a letter to Ruponti every day (in successive intervals of 24 hours) from Korea. But Ruponti receives the letters in intervals of 25 hours. What is the number of the letter Ruponti receives on the 25<sup>th</sup> day?

২. প্রমাণ কর যে, 2 এর চেয়ে বড় দুটি মৌলিক সংখ্যার বিয়োগফল 2 ভিন্ন অন্য কোন মৌলিক সংখ্যা হওয়া সম্ভব নয়।

Prove that, the difference between two prime numbers larger than 2 can't be a prime number other than 2.

৩. তানভীর তাজিংডং পাহাড়ে উঠার সময় মোট 11 দিন বৃষ্টি হতে দেখেছে। বৃষ্টির দিন হয় সকালে না হয় বিকালে বৃষ্টি হয়, তবে একই দিনে সকালে ও বিকালে বৃষ্টি হয় না। তানভীর মোট 16 টি সকাল এবং 13 টি বিকাল বৃষ্টি ছাড়া কাটিয়ে থাকে তাহলে তাজিংডং পাহাড়ে উঠতে তার কতদিন সময় লেগেছে?

When Tanvir climbed the Tajindong mountain, on his way to the top he saw it was raining 11 times. At Tajindong, on a rainy day, it rains either in the morning or in the afternoon; but it never rains twice in the same day. On his way, Tanvir spent 16 mornings and 13 afternoons without rain. How many days did it take for Tanvir to climb the Tajindong mountain in total?

৪. একটি যাদুর বাক্সে দুটি সংখ্যা ঢুকিয়ে দিতে হয়। দ্বিতীয় সংখ্যাটিকে যদি তার নিজের সাথে কয়েকবার গুণ করে প্রথম সংখ্যাটি পাওয়া যায় তাহলে বাক্সটিতে সবুজ বাতি জ্বলে ওঠে। যদি সেরকম না হয় তাহলে লাল বাতি জ্বলে উঠবে। যেমন ধর, তুমি যদি 16 আর 2 ঢুকিয়ে দাও, তাহলে সবুজ বাতি জ্বলে, কারণ  $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ । কিন্তু যদি 18 আর 9 ঢুকিয়ে দাও তাহলে লালবাতি জ্বলে। যদি প্রথম আর দ্বিতীয় সংখ্যা একই হয়, তাহলেও সবুজ বাতি জ্বলে। ধর, তুমি প্রথম সংখ্যা হিসেবে 256 ঢুকিয়ে দিলে। কতগুলো ভিন্ন ভিন্ন সংখ্যা রয়েছে যাদেরকে দ্বিতীয় সংখ্যা হিসেবে ঢুকিয়ে দিলে সবুজ বাতি জ্বলেবে?

A magic box takes two numbers. If we can obtain the first number by multiplying the second number with itself several times then a green light on the box turns on. Otherwise, a red light turns on. For example, if you enter 16 and 2 then the green light turns on because  $2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$ . But if you enter 18 and 9 then the red light turns on. If the two numbers are equal then the green light turns on. If the first number is 256 then for how many different second numbers will the green light turn on?

৫. ABC সমকোণী ত্রিভুজে AC অতিভুজ। D, AC এর মধ্যবিন্দু। BD এর বর্ধিতাংশের উপর একটি বিন্দু E নেওয়া হলো। E থেকে BC এর উপর অঙ্কিত লম্ব AC কে F, BC কে G বিন্দুতে ছেদ করে। (ক) প্রমাণ কর যে, DEF সমবাহু হলে  $\angle ACB = 30^\circ$ । (খ) প্রমাণ কর যে,  $\angle ACB = 30^\circ$  হলে DEF সমবাহু।

ABC is a right triangle with hypotenuse AC. D is the midpoint of AC. E is a point on the extension of BD. The perpendicular drawn on BC from E intersects AC at F and BC at G. (a) Prove that, if DEF is an equilateral triangle then  $\angle ACB = 30^\circ$ . (b) Prove that, if  $\angle ACB = 30^\circ$  then DEF is an equilateral triangle

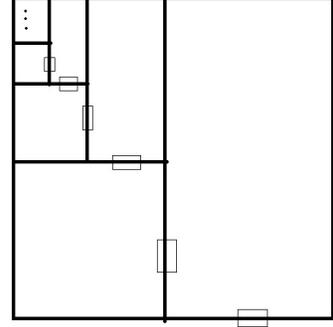
৬. ABC ত্রিভুজে  $AB = 7, AC = 3, BC = 9$ । A কে কেন্দ্র করে AC ব্যাসার্ধের বৃত্ত আঁকা হলো। এই বৃত্তের যে বিন্দুটি B বিন্দু থেকে সবচেয়ে দূরে আছে সেটি B থেকে কত দূরে আছে?

ক্যাটাগরি: জুনিয়র

সময়: ৩ ঘণ্টা

In triangle  $ABC$ ,  $AB=7$ ,  $AC=3$ ,  $BC=9$ . Draw a circle with radius  $AC$  and center  $A$ . What is the distance from  $B$  to the point on the circle that is furthest from  $B$ ?

৭. যাদুর মহলের কামরাগুলোর প্রতিটিতে ঢোকার জন্য ঠিক একটি দরজা করে রয়েছে। কামরাগুলো এমনভাবে সাজানো যেন একটি কামরা থেকে পরের যে কামরায় ঢোকা যায় সেটির দৈর্ঘ্য আগের কামরার প্রস্থের সমান হয়, কিন্তু প্রস্থটি আগের কামরার প্রস্থের অর্ধেক হয় (ছবিটির মতো)। কোন একটি দরজা কেবল একবারই ব্যবহার করা যায়। এখন যাদুর রাজপুত্র এই মহলে ঢুকে পড়েছে। তাকে মহল থেকে বের হতে হবে। প্রতিটি কামরা পার হতে তার ঐ কামরার প্রস্থের সমান সময় লাগে। তাকে মহলের ভেতরে থাকা সবগুলো দরজা ব্যবহার করতে হবে। এক দরবেশের দোয়ায় সে চাইলে নিজের দেহের আকৃতি ইচ্ছামত ছোট বড় করতে পারে (যাতে অনেক ছোট ছোট ঘরেও সে যেতে পারে)। ঐ মহলের দৈর্ঘ্য এবং প্রস্থ দুটাই **২০** মিটার করে। রাজপুত্রের ঐ মহল থেকে বের হতে কত সময় লাগবে?



Each room of the Magic Castle has exactly one door. The rooms are designed such that when you can go from one room to the next one through a door, the second room's length is equal to the first room's width, and the second room's width is half of the first room's width (see the figure). Each door can be used only once. Magic Prince has entered the castle and now needs to get out. To get out of each room, the prince needs time equal to the width of the room. The prince has to use each door to get out of the castle. Due to the blessings of a Sufi, the prince can become as small as he wants (so that he can go into even very small rooms). If the castle is a square of side length **20** meters then how long will it take for the prince to get out?

৮. সর্বমোট কতগুলো ত্রিভুজ আছে যাদের প্রতিটি বাহুর দৈর্ঘ্যই পূর্ণসংখ্যা এবং সবচেয়ে বড় বাহুর দৈর্ঘ্য **১০**। এমন সমদ্বিবাহু ত্রিভুজের সংখ্যাও বের করো।

Find the total number of the triangles whose all the sides are integer and the longest side is of **10** in length. If the similar clause is applied for the isosceles triangle then what will be the total number of triangles?

৯. বর্গ  $PQRS$  এমনভাবে আঁকা হলো যেন  $P, Q$  বিন্দু  $ABC$  ত্রিভুজের  $BC$  বাহুর উপর,  $R$  বিন্দু  $CA$  এর উপর ও  $S$  বিন্দু  $AB$  এর উপর অবস্থান করে।  $A, B, C$  বিন্দুগামী বৃত্তের ব্যাসার্ধ  $R$ ।  $AB = c, BC = a, CA = b$  হলে দেখাও যে হলে  $\frac{AS}{SB} = \frac{bc}{2aR}$ ।

Given triangle  $ABC$ , the square  $PQRS$  is drawn such that  $P, Q$  are on  $BC$ ,  $R$  is on  $CA$  and  $S$  is on  $AB$ . Radius of the triangle that passes through  $A, B, C$  is  $R$ . If  $AB = c, BC = a, CA = b$ , Show that

$$\frac{AS}{SB} = \frac{bc}{2aR}$$

১০. একটা ধারার  $n$  তম পদ হলো **1** থেকে  $n$  পর্যন্ত সংখ্যাগুলোর লসাংশ। ধারার পদগুলোর মধ্যে প্রথম **100** দিয়ে বিভাজ্য পদটি ধারার কততম পদ?

The  $n$ -th term of a sequence is the least common multiple (l.c.m.) of the integers from **1** to  $n$ . Which term of the sequence is the first one that is divisible by **100**?