

বাংলাদেশ ইনফরম্যাটিক্স অলিম্পিয়াড ২০১৪
বিভাগীয় প্রতিযোগিতা
সিনিয়র গ্রুপ
Bangladesh Informatics Olympiad 2014
Divisional Competition
Senior Group

আইডি নং (ID Number): _____

নাম (Name): _____

ক্লাস (Class): _____

প্রতিষ্ঠান (Institution): _____

জন্ম তারিখ (Date of Birth): _____

ফোন নং (Phone): _____

ই-মেইল (E-mail): _____

নির্দেশমালা (Instructions):

১. বাংলা বা ইংরেজি এ দুটি ভাষার যে কোন একটিতে উত্তর দেওয়া যাবে। (You can answer either in Bangla or English.)
২. উত্তর সংক্ষিপ্ত হওয়া বাঞ্ছনীয়। (The answers should be as brief as possible.)
৩. 'জানা দরকার' অংশে উল্লেখিত বিষয়গুলোর বিস্তারিত বর্ণনা প্রশ্নের শেষে সংযুক্ত। (Topics mentioned under 'Required knowledge' are described at the end of the question paper.)
৪. সাধারণ সমাধানের ক্ষেত্রে গাণিতিক ফর্মুলা , ধাপে ধাপে বর্ণনা , প্রোগ্রামিং কোড - এর যে কোন কিছুই গ্রহণযোগ্য।
(For general solutions Mathematical formula, step by description or programming code - anything is acceptable.)
৫. আংশিক উত্তরও মূল্যায়নযোগ্য, তাই যতটুকু সম্ভব উত্তর দেওয়ার জন্যে উৎসাহিত করা হচ্ছে। (Partial answers will also be evaluated, so we encourage you to answer as much as you can.)
- ৬ মোট প্রশ্ন ৭ টি। প্রতিটি প্রশ্নের মান ২০। (Number of questions is 7. Each question carries 20 marks.)

Question 1:

একটা বিশ্ববিদ্যালয়ে ন্যূনতম কতজন ছাত্র ভর্তি করলে তুমি নিশ্চিত ভাবে বলতে পারো যে অন্তত N জন ছাত্র একই জেলা থেকে এসেছে ? ধরে নাও দেশের জেলা সংখ্যা K (How many students must be enrolled in a university to ensure that there are at least N students who come from same district? Assume there are K different districts)

- A. সাধারণ সূত্রটি লিখ। (Write the general formula) [10]
- B. উত্তর লিখ, যখন $N = 2$, $K = 3$ (Give the answer when $N = 2$, $K = 3$) [4]
- C. উত্তর লিখ, যখন $N = 201$, $K = 50$ (Give the answer when $N = 201$, $K = 50$) [6]

Question 2:

জানা দরকার (Required Knowledge):

বাইনারী সংখ্যা (Binary Numbers)

N দৈর্ঘ্যের কতগুলো বাইনারী সংখ্যা আছে যেগুলো একটি 1 দিয়ে শুরু হয় অথবা দুইটি 0 দিয়ে শেষ হয় ($N \geq 3$)? (How many binary numbers of length N starts with a 1 or ends with two 0s ($N \geq 3$)?)

- A. সাধারণ সূত্রটি লিখ। (Write the general formula) [10]
- B. উত্তর লিখ, যখন $N = 4$ (Give the answer when $N = 4$) [4]
- C. উত্তর লিখ, যখন $N = 10$ (Give the answer when $N = 10$) [6]

Question 3:

একটি আয়তক্ষেত্র দেয়া আছে, যার দৈর্ঘ্য N এবং প্রস্থ M ($N \geq M$)। এখন এর মধ্যে দুটি সমান ব্যাসার্ধের বৃত্তকে বসাতে হবে যেন তারা একটি অপরটিকে ছেদ না করে এবং পুরোপুরি আয়তক্ষেত্রের মধ্যে অবস্থান করে। এই বৃত্ত দুটির সর্বোচ্চ ব্যাসার্ধ কত হতে পারে? (Given a rectangle of length N and width M ($N \geq M$), 2 equal sized circles should be placed inside the rectangle such that they don't overlap and remain completely inside the rectangle. What will be the maximum radius of the circle?)

- A. সাধারণ সূত্রটি লিখ। (Write the general formula) [10]
- B. উত্তর লিখ, যখন $N = 7$, $M = 3$ (Give the answer when $N = 7$, $M = 3$) [4]
- C. উত্তর লিখ, যখন $N = 4024$, $M = 2014$ (Give the answer when $N = 4024$, $M = 2014$) [6]



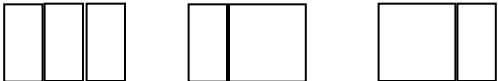
Question 4:

তোমার কাছে একটা তেল দেওয়া গরম কড়াই আছে। কড়াইটাতে তুমি মাছ ভাজতে চাচ্ছ। কড়াইটাতে একসাথে দশটা মাছ ভাজা যায়। মাছের একটা পিঠ ভাজতে ১ মিনিট সময় লাগে। এখন তোমাকে যদি N টা মাছ দেয়া থাকে, তাহলে ন্যূনতম কত সময়ে তুমি সবগুলো মাছ ভাজতে পারবে? একটি মাছ পুরোপুরি ভাজতে হলে তার দুই পিঠই ভাজতে হবে। (You have a frying pan for preparing some fishes. You can fry at most 10 fishes at a time. You also need 1 minute to fry one side of a fish. If you have N fishes, determine the minimum time you would require to fry all of them? In order to completely fry a fish, you need to fry both its side.)

- A. সাধারণ সূত্রটি লিখ। (Write the general formula) [10]
- B. উত্তর লিখ, যখন $N = 4$ (Give the answer when $N = 4$) [4]
- C. উত্তর লিখ, যখন $N = 10$ (Give the answer when $N = 10$) [6]

Question 5:**জানা দরকার (Required Knowledge)****রিকারেন্স রিলেশন (Recurrence relation)**

ধর তোমাকে একটি আয়তক্ষেত্র দেওয়া হল, যার দৈর্ঘ্য ২ এবং প্রস্থ N ($2 \times N$)। তোমার কাছে দুই ধরনের টাইল আছে, 2×1 এবং 2×2 । তুমি যদি এদেরকে ব্যবহার করে আয়তক্ষেত্রটিকে পূরন করতে চাও তা হলে কত ভাবে করা যাবে ? নিচের উদাহরন গুলো দেখ। তুমি যত খুশি তত টাইল ব্যবহার করতে পার, কিন্তু আয়তক্ষেত্রের একই ঘরে একাধিক টাইল ব্যবহার করা যাবে না। (Suppose you are given a rectangle of length 2 and width N ($2 \times N$). You have two types of tiles, 2×1 and 2×2 . If you want to fill the rectangle using only these two types of tiles then in how many ways can you do it? See example below to understand. You can use as many tiles as you want, but you can't put a tile over another tile.)

N = 1	
N = 2	
N = 3	

A. রিকারেন্স রিলেশনটি লিখ। (Write the recurrence relation) [10]

B. উত্তর লিখ, যখন $N = 5$ (Give the answer when $N = 4$) [4]

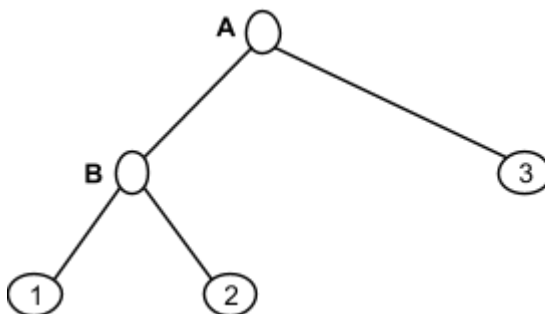
C. উত্তর লিখ, যখন $N = 10$ (Give the answer when $N = 10$) [6]

Question 6:

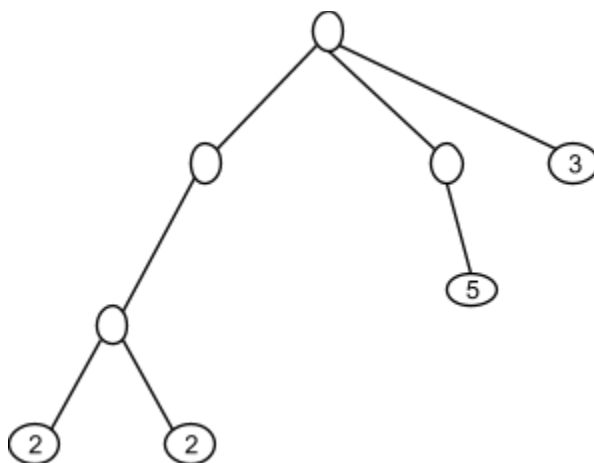
জানা দরকার (Required Knowledge)

ট্রি (Tree)

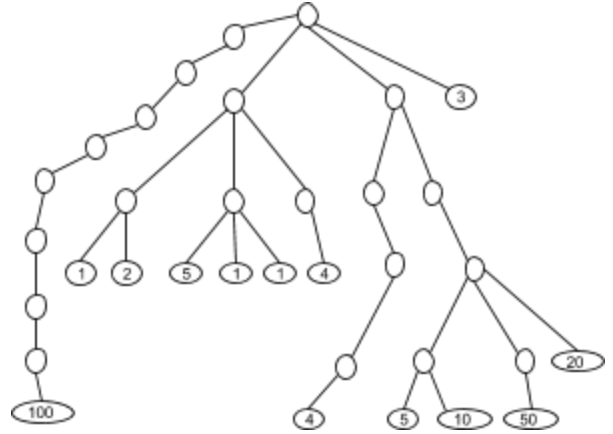
তোমাকে একটা ট্রি দেয়া আছে। এর লিফ নোডগুলোতে(সবার নিচের নোডগুলো যাদের আর কোন চাইল্ড নাই) কিছু মান দেয়া আছে। অন্য সব নোডের মান হলো তার যতগুলো উত্তরসূরী আছে(তার নিচে যেতে থাকলে লিফ বা লিফ ছাড়া যতগুলো নোড আছে) তাদের সকলের মানের যোগফল। তোমাকে ট্রি টির রুটের(সবার উপরের নোড) মান বের করতে হবে। যেমন নিচের ট্রিতে রুট হলো A। B নোডের চাইল্ডের ২টা লিফ আছে যাদের মান যথাক্রমে 1 এবং 2। তাই B এর মান হলো $1 + 2 = 3$ । আবার A নোডের আরেকটা চাইল্ড আছে যার মান 3। অতএব রুট নোড A এর সর্বমোট মান হলো $1 + 2 + 3 + 3 = 9$ । (You are given a tree. Its leaf nodes (the nodes which have no other child) have some values. All the other nodes' values are the sum of their successors (all the nodes you can get when you go down in the tree from this node). You have to compute the value of the root in this tree. For example, in the following tree, the root is A. Node B got two children whose values are 1 and 2. So B's value is $1 + 2 = 3$. Again node A got another child which has a value of 3. So total value of root node A is $1 + 2 + 3 + 3 = 9$)



A. পাশের ট্রিতে রুটের মান বের কর।(Compute the value of root node for the tree in left). [4]



B. পাশের দ্বিতে রুটের মান বের কর। (Compute the value of root node for the tree in left). [6]



C. এই প্রবলেমের একটি সাধারণ সমাধান দাও। (Give a general solution for this problem) [10]

Question 7:

একটা বোর্ডে নিচের মতো করে 1 থেকে অসীম পর্যন্ত সকল নম্বর লেখা আছে। এখানে সবার নিচে এবং বামের ঘর যেটিতে 1 আছে তার স্থানাংক (1, 1)। (2, 3) এ আছে 8। ছবিতে 25 পর্যন্ত থাকলেও বোর্ডটির সাইজ অনেক বড় যাতে অসীম পর্যন্ত সকল সংখ্যা লেখা যায়। তোমাকে যে কোন ঘরের মান বললে তার স্থানাংক বের করতে হবে। (You are given a board just like the following image where numbers from 1 to infinity are written. Here, at the bottom-left cell, where 1 is written, has the coordinate (1, 1). 8 is in coordinate (2, 3). In the picture only numbers up to 25 are shown but the board is big enough to hold all the numbers up to infinity. Given a value in any cell you need to find out the coordinate of that cell containing that number.)

25	24	23	22	21
10	11	12	13	20
9	8	7	14	19
2	3	6	15	18
1	4	5	16	17

- A. 39 যে ঘরে আছে তার স্থানাংক কত? (What is the coordinate of the cell which contains 39 in it?)[4]
- B. 998500 যে ঘরে আছে তার স্থানাংক কত ? (What is the coordinate of the cell which contains 998500 in it?)[6]
- C. কোন একটি নাম্বার দিলে তার স্থানাংক বের করার একটি সাধারণ সমাধান দাও। (Given a number, write a general solution to compute the coordinate.)[10]

পরিশিষ্ট (Appendix)

রিকারেন্স রিলেশন (Recurrence Relation)

গাণিতিকভাবে, রিকারেন্স রিলেশন হল এমন একটি সমীকরণ যেটি একটি অনুক্রমকে প্রকাশ করে যার শুরুর কিছু রাশি দেওয়া থাকে এবং পরবর্তী প্রতিটি রাশিকে আগের কিছু রাশির ফাংশন আকারে প্রকাশ করা যায়। (In mathematics, a recurrence relation is an equation which defines a sequence where one or more initial terms are given and each further term of the sequence is defined as a function of the preceding terms.)

উদাহরণস্বরূপ, নিচের রিকারেন্স রিলেশনটি লক্ষ্য করি (For example, consider the following recurrence relation)

$$T(n) = 2T(n-1) + 1, T(0) = 0$$

মানগুলোর একটা টেবিল বানাতে নিচের মত হয় (Building a table of values yields the following)

n	0	1	2	3	4	5	6	7
T(n)	0	1	3	7	15	31	63	127

বাইনারি সংখ্যা (Binary Numbers)

যেকোন সংখ্যাকে এক বা একাধিক ২ এর ঘাত এর যোগফলরূপে কেবলমাত্র একভাবেই প্রকাশ করা যায়। কোন সংখ্যাকে প্রকাশ করতে ২ এর যে সকল ঘাত ব্যবহার হয় তাদের জন্য ১ দিয়ে গুণ করে এবং বাকিদের জন্য ০ দিয়ে গুণ করে তাদের যোগফলরূপে লেখা যায়। একে ঐ সংখ্যার বাইনারি রূপ বলা হয়। নিচের উদাহরণ দেখলে বিষয়টি পরিষ্কার হবে।

(It's possible to uniquely express any number as a sum of one or more power(s) of two. We can express the number as a sum of each used powers of two multiplied by 1 and each unused powers multiplied by 0. You'll get a better idea from the following example)

$$11 = 8 + 2 + 1 = 1 \times 2^3 + 0 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 = 1011 \text{ in Binary}$$

প্রথম কিছু বাইনারি নম্বর হচ্ছে

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
বাইনারি (Binary)	0	1	10	11	100	101	110	111	1000	1001	1010

ট্রি (Tree):

নোড (Node): একটা বিন্দু বা বস্তু। পাশের ছবিতে দশটা নোড আছে। (A point or object. In the figure, there are ten nodes.)

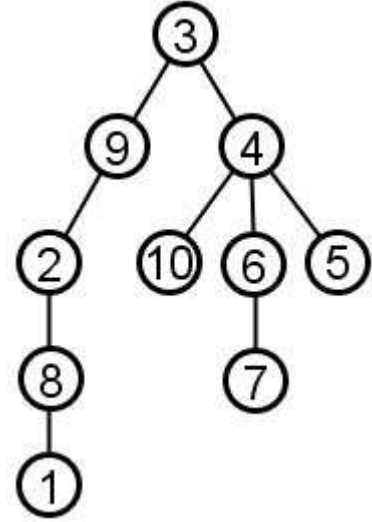
এজ (Edge): দুইটি নোডের মধ্যে সম্পর্ক। একে তাদের মধ্যে একটি রেখা টেনে প্রকাশ করা হয়। এজ এর দুটি নোডকে একজন আরেকজনের সংগে সংযুক্ত বলে ধরে নেওয়া হয়। উদাহরণ স্বরূপ পাশের ছবিতে ৩ এর সাথে ৯ এবং ৪ সংযুক্ত। ৬ এর সাথে ৪ এবং ৭ সংযুক্ত। (The relationship between two nodes. It is represented as a line between two nodes. These nodes are considered to be adjacent to each other. For example, in the figure. 4 and 9 are adjacent to 3. 4 and 7 are adjacent to 6.)

রুট (Root): একটি বিশেষ নোড। ট্রি এর সবচেয়ে উপরের নোড। এখানে ৩ হল রুট। (A special node. It's the topmost node of the tree. Here 3 is the root.)

লিফ (Leaf): ট্রি এর সবার নিচের নোডগুলো যাদের থেকে আর কোন নোড নিচে তৈরি হয়না তাদের লিফ নোড বলা হয়। ছবিতে ১, ১০, ৭ আর ৫ হচ্ছে লিফ নোডগুলো। (Nodes which are at the bottom of the tree which have no further child nodes are called leaf nodes. In the picture 1, 10, 7 and 5 are leaf nodes.)

উত্তরসূরী (Successor): ছবি থেকে উত্তরসূরীর ধারণা পরিষ্কার হবে। এখানে ৪ নম্বর নোডের উত্তরসূরী হচ্ছে ১০, ৬, ৫ এবং ৭। রুটের উত্তরসূরী রুট বাদে আর বাকি সব নোড। লিফের কোন উত্তরসূরী থাকেনা। (The idea of successor is best explained from the figure. Here node 4's successors are 10, 5, 6 and 7. Root's successors are all other nodes. Leaves do not have any successors.)

ট্রি (Tree): এমন কিছু নোড এবং এজের সংগ্রহ যেখানে রুট ব্যতীত প্রতিটি নোডের একটি মাত্র পূর্বসূরী থাকে। কোন ট্রিতে n টি নোড থাকলে এজ থাকে $n-1$ টি। (Collection of nodes and edges such that every node other than the root has exactly one predecessor. A tree with n node has exactly $n-1$ edges.)



*