

অনলাইন জীন তত্ত্ব ক্যাম্পঃ দ্বিতীয় পরীক্ষা

মাসুম বিল্লাল

২৮ আগস্ট, ২০১৫.

1 সমস্যাসমূহ

সমস্যাগুলি কাঠিন্যের মান অনুযায়ী সাজানো নহে ● বিশেষ দ্রষ্টব্যঃ বাংলা ভুল হইলে ভুল ধরলে আদব কায়দার নাম্বার কাটা হবে।

1. প্রমাণ কর যে, n যদি ১ এর চেয়ে বড় কোন ধনাত্মক বদজীন হয় তাহলে $\sqrt[n]{n}$ একটি অমূলদ জীন।

2. একটি বোর্ডে নীচের জীনগুলি লেখা আছে:

$$1, \frac{1}{2}, \dots, \frac{1}{100}$$

প্রতিবার দুইটা করে জীন a, b নেওয়া হয় এবং তাদের মুছে $a + b + ab$ লেখা হয়। এই কাজ করতে থাকলে শেষে বোর্ডে একটি জীন থাকবে। জীনটি কত?

3. একটি বোর্ডে ২০১৫ টি বদজীন আছে যাতে যে কোন চারটির গড় নিলে একই জীন পাওয়া যায়। প্রমাণ কর যে, সবগুলি জীন সমান হতে হবে।

পরের খবিস পরীকে মারার জন্য "ভিয়েটা জাম্পিং" নামে একটা সুরা আছে। এটা নিয়ে একটা টিউটোরিয়াল সাথে যুক্ত করা হলো।

4. যদি দুটি ধনাত্মক বদজীন a এবং b এর জন্য $a^2 - 1$, b দিয়ে এবং $b^2 - 1$, a দিয়ে বিভাজ্য হয় তাহলে দেখাও যে ab দিয়ে $a^2 + b^2 - 1$ বিভাজ্য এবং $\frac{a^2 + b^2 - 1}{ab} = 3$.

5. ধরা যাক p একটি বিজোড় মৌলিক জীন এবং r একটি বিজোড় ধনাত্মক বদজীন. দেখাও যে, $pr + 1$ দিয়ে $p^p - 1$ বিভাজ্য নয়।

6. প্রমাণ কর যে, এমন ২০১৫ টি ক্রমিক ধনাত্মক বদজীন আছে যাদের কেউই মৌলিক জীনের ঘাত(১ এর চেয়ে বড় ঘাত) নয়।

7. মনে ধর, $F_0 = 0, F_1 = 1$ এবং $F_n = F_{n-1} + F_{n-2}$ যদি $n > 1$ হয়(ফিবোনাচ্চি ধারা)। প্রমাণ কর যে, এমন একটি ফিবোনাচ্চি জীন আছে যার শেষে ২০১৫ টি শূন্য আছে।

8. এমন সব ধনাত্মক বদজীন a, b, m, n বের কর যাতে a, b সহমৌলিক এবং $\frac{a^n + b^n}{a^m + b^m}$ একটি ধনাত্মক বদজীন।

9. n এমন একটি জীন যাতে যে কোন বদজীন a এর জন্য $a^n - a, n$ দিয়ে বিভাজ্য হয়। প্রমাণ কর যে এমন কোন বদজীন $m > 1$ নেই যার বর্গ দিয়ে n বিভাজ্য হয়।

পরের সমস্যা সমাধান করতে পারলে আদব কায়দায় +১০০২০০১

10. সবচেয়ে ছোট বদজীন কে?